네트워크 균형상태의 도시고속도로 제어전략

임용택* · 임강원**

〈目　次〉

Ⅰ. 서　론

도시고속도로의 진출입을 통제하는 제어기법은 그동안 다양하게 제시되어 왔다. 대표적인 예가 고속도로 본선부의 영향을 최소화 하면서, 램프진입교통량을 최대화시키는 Wattleworth(1965)의 모형에 기초를 두고 여러 형태의 램프진입 제어모형들이 제시되었다. Texas A&M 모형(Messer, et al., 1969), May의 모형(1973), Yuan et al.(1971), Chen et al.(1974) 등이 여기에 속한다. 그러나 이들 모형들은 정태적인 상태의 제어모형으로 실시간으로 변하는 교통행태를 제어하기에는 어려움이 있어 왔으며 최근에야 동적으로 교통상태를 제어할 수 있는 연구들이 진행되고 있다.

다른 측면에서 살펴볼 때, 현재까지 제시된 교통류 제어전략모형들은 주로 교통공학측면에서 시스템 최적상태의 램프진입량을 결정하고 있는데, 이는 통행수요와 교통시설간의 균형(equilibrium)개념이 제외된 모형들이다. 즉, 통행자의 노선선택행태가 고려되지 않고 특정 성과지표만, 예를 들어 총통행시간만을 최소화시키는 형태로 모형을 구성하는 것이다. 그러나 현실적으로 도시고속도를 제어하기 위해서는 운전자의 통행행태, 즉 노선선택행태를 고려해야 좀 더 현실적인 제어전략을 구사할 수 있기 때문에 최근 이에 대한 연구들이 진행되고 있다. 운전자의 행태를 고려한 도시고속도로 제어연구가 미흡한 이유는 운전자의 통행행태를 고려할 경우, 모형구성이 어려워지고 이를 해석할 수 있는 알고리즘이 제대로 개발되어 있지 않기 때문이다. 현재까지 제시된 대부분의 도시고속도로 제어모형은 선형모형(Linear Program)으로

---

*서울특별시 교통관리실 교통연구팀장
**서울대학교 환경대학원 교수

구축될 수 있기 때문에 이에 대한 해석법은 다양하게 개발되어 왔다. 그러나 운전자의 통행행태를 고려할 경우, 모형식은 비선형(Non-Linear Program)이 되며 해석이 어려워지게 된다. 특히, 실시간 동적으로 모형을 구성할 경우 문제는 더욱 복잡해진다. 따라서 일부 연구의 경우, 고속도로 진입제어전략은 동적(dynamic)으로 구성하고, 운전자의 노선선택행태는 정적(static)으로 구축하는 논리적인 오류를 범하는 경우가 발생하고 있다. 그러나 최근 다양한 형태로 개발되고 있는 동적 통행배정모형의 개발은 이런 오류를 없앨 수 있는 기회를 제공하고 있다.

본 연구에서는 도시고속도로 제어전략시, 운전자의 통행행태를 고려한 모형을 구축하는데 주 목적이 있으며, 이에 풀이 알고리즘도 개략적으로 제시하였다. 본 연구는 유고시 제어전략을 비롯한 다양한 형태의 고속도로 제어전략을 개발하고 평가하기 위한 첫단계 연구로서 진행되었다. 먼저 현재까지 개발된 고속도로 제어전략들을 간단히 살펴보고 본 연구에서 개발코자 하는 모형의 개념과 모형식을 제시하며 이에 대한 풀이 알고리즘을 제안코자 한다.

Ⅱ. 고속도로제어모형

1. 제어전략개념

도시 고속도로 교통류제어전략은 그 목적에 따라 여러형태로 구성할 수 있다. 현재 실제로 적용되고 있는 제어전략은 대부분 고속도로 본선부의 영향을 주지 않는 범위내에서 램프진입량을 최대화시키는 것이다. 이 전략은 본선부의 교통량이 많지 않은 경우에 효과적이나, 본선부의 통행량이 많은 경우 적용이 어려우며 새로운 전략이 필요하게 된다. 이와 관련하여 최근 여러형태의 제어전략들이 논의되고 있다.

먼저, 고속도로 본선부 통행시간과 램프부 통행시간을 합한 총통행시간을 최소화시키는 전략(total travel time minimization)이 있다. 이는 본선부 통행과 램프진입통행에 대한 가중치를 적용하여 도로의 우선순위를 줄수도 있다. 또다른 전략으로는 본선부 각구간별로 발생하는 통행밀도의 차이를 균일화시키는 것이다. 이전략은 본선부 지체시간을 감소시키고 용량을 증대시키기 위한 것으로 초과 교통량이 발생하는 링크를 이용하게되는 차량의 진입램프를 제어하는 전략(traffic density uniformity)이다. 이 전략은 진출입 램프간의 기.종점 통행량추정이 요구되며, 결국 가로망설계문제(Network Design Problem)로 귀결된다. 이밖에 도시고속도로의 기능에 맞게 단거리 통행을 제한하는 전략도 있다.

그러나 위에서 설명한 전략들은 도시고속도로만을 중심으로 개발된 전략으로 고속도로와 직접 진출입이 연결되는 간선도로(arterial)에 대한 고려가 없었다. 이는 고속도로 제어에 따라 발생하는 간선도로의 부정적인 영향을 고려하지 못함에 따라 분석에 한계가 있었다. 따라서 간선도로까지 함께 고려하는 고속도로/하위도로 통합제어 모형의 개발이 최근 활발히 진행되고

있다.

2. 기존 도시고속도로 제어전략모형

현재까지 개발된 제어전략들은 도시고속도로만을 대상으로 개발된 모형과 우회도로를 함께 고려하여 통행자의 행태를 반영한 통합모형으로 구분하여 간단히 살펴보면 다음과 같다.

2.1. 도시고속도로 제어모형

이분야 최초의 연구로서 Wattleworth모형(1965)는 아래 그림과 같이 진출입 램프를 갖는 고속도로를 대상으로 선형계획모형을 제안하였다. 이 모형은 고속도로 본선부의 용량을 초과하지 않는 범위내에서 램프 진입교통량을 최대화시키도록 모형을 구성하였다.

$$\text{Maximize} \quad \sum_{j=1}^{n} x_j$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} A_{js} \cdot x_j \le B_s \, (s = 1, 2, \cdots m) \qquad (1)$$
$$0 \le x_j \le D_j$$

여기서, x_j: 램프 j에서의 진입교통량

n: 진입램프수

m:분석 단위구간(Subsection)갯수

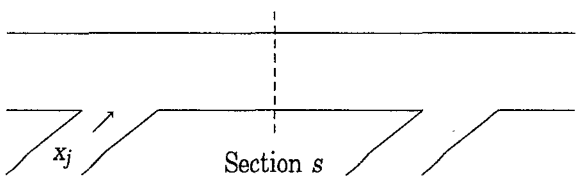
A_{js}: 램프 j에서의 진입교통량중 분석구간 s를 통과하는 교통량의 비율

B_s: 고속도로 s구간의 서비스 수준별 교통용량

D_j: 램프 j의 교통수요

Texas A&M 모형(Messer, et al., 1969)은 Wattleworth모형에 램프 합류지점의 용량조건을 다음과 같이 추가하였다.

$$b_m \cdot P_a \sum_{j=1}^{a-1} A_{ja} \cdot x_j + x_a \le C_m \quad (a = 1, 2, \cdots, n-1) \qquad (2)$$



〈그림1〉 도시고속도로 램프제어 기본 개념도

여기서, b_m: 램프 a를 통과하는 상류부 교통량에 의한 램프 교통량의 감소율

P_a: 합류가 실시되는 접속차선의 교통량의 전체교통량에 대한 비율

C_m: 진입램프에서의 합류용량

즉, 이조건은 램프 a의 합류지점을 통과하는 교통량($b_m \cdot P_a \sum_{j=1}^{a-1} A_{ja} \cdot x_j + x_a$)이 합류용량을 초과할 수 없도록 제한하고 있다.

또다른 연구로서, May모형(1973)은 도시고속도로에서 대체도로로의 통행전이를 고려한 모형을 제안하였다. 이모형은 고속도로의 장거리 통행을 유도하도록 다음과 같이 구성하였다.

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximize} \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P(i,j)\, TRIP(i,j) \\
&s.t. \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \delta \cdot P(i,j) \cdot TRIP(i,j) \le B_k \\
&P(i,j) - P(i,j+1) \le 0 \\
&0 \le P(i,j) \le 1
\end{aligned} \tag{3}
$$

여기서, $\delta=1$, 진입램프 i가 구간 k의 상류부에 위치

진입램프 j가 구간 k의 하류부에 위치

$\delta=0$, 기타

$TRIP(i,j)$: 램프 i를 기점으로 하고 램프 j를 종점으로 하는 교통량

$P(i,j)$: $TRIP(i,j)$ 교통량중에서 대체도로로 전환되지 않고 본선을 통과하는 교통량의 비율

즉, May의 모형은 $P(i,j)-P(i,j+1) \le 0$이라는 조건을 줌으로서 장거리 통행을 유도하게 된다.

그밖에 Yuan et al. (1971), Chen, et al. (1974) 등이 있으나, 대부분 선형계획모형(Linear Programming)으로 구성되어 손쉽게 해를 구할수 있는 형태로 되어있다. 또한 이들 모형들을 동적으로 확장시킨 모형들이 있는 데, 분석시간을 이산시간단위(discrete time slice)로 분할하여 각시간대별 통행흐름을 교통류이론에 따라 일차 차분방정식으로 개발하였다.

2.2. 운전자 통행행태를 고려한 통합모형

앞절에서 기술한 공학적인 모형과는 달리 우회도로를 함께 고려하여 운전자의 노선선택행위를 반영한 모형들이 최근 개발되고 있다. Iida, et al. (1989), Hai Yang, et al. (1994) 등이 여기에 속하는데, 이들 모형은 동적이 아닌 정적인 모형으로 앞에서 살펴본 바와 같이 진입통행량을 최대화시키거나 시스템 통행비용을 최소화시키는 상위문제(upper problem)와 통행

자의 노선선택행태를 모형화한 하위문제(lower problem)로 구성된다. 일반적인 형태는 다음과 같다.

〔상위문제〕

$$\max_x U = \sum_i x_i$$
$$s.t.\ v_a(x) < C_a$$
$$0 < x_i < x^{\max} \tag{4}$$

여기서, $v_a(x)$는 아래 식에서 구해진다

〔하위문제〕

$$\min_v \int_0^{v_a} t_a(w)dw$$
$$s.t.\ v_a = \sum f_p \delta_{ap}$$
$$\sum f_p = u_i P_{ij}$$
$$f_p \geq 0 \tag{5}$$

상위문제에서 x_i는 진입램프 i의 진입통행량이며 $x^{\max}$보다 작게 제한한다. $v_a(x)$는 링크 a의 통행량으로 용량 C_a보다 작은 값으로 제약하며 램프진입통행량을 최대화시키도록 목적함수를 구성하였다. 하위문제는 통행자 균형상태를 수리적으로 모형화시킨 비선형문제로 구성된다. 여기서, f_p은 경로 p의 통행량이며 p_{ij}는 i램프로 진입한 통행이 j램프로 빠져나가는 비율이다. δ_{ap}은 통행이 경로 p를 통하여 링크 a를 사용하면 1, 그렇지 않으면 0인 더미변수를 의미한다.

Yang, et al. (1994)은 상위문제를 전체가로망의 통행시간과 램프부의 지체시간을 최소화시키는 형태로 변환시켜 모형을 구성하였으며, 이문제가 non-convexity하기 때문에 일반적인 bi-level방법으로는 global solution을 구할수 없으며 local solution에 도달함을 설명하였다.

Ⅲ. 동적 네트워크 균형모형

운전자의 경로선택행위를 동적으로 구현한 모형들은 지난 20여년간 꾸준히 개발되어 왔다. 이들 모형은 크게 교통류에 기초(flow-based)한 모형과 차량에 기초(vehicle-based)한 모형으로 분류된다. 교통류에 기초한 모형은 거시적인 교통량방정식에 기초를 두고 있으며, 차량에 기초한 모형은 미시적인 차량의 움직임에 기초한다. 따라서 교통류에 기초한 모형은 대규모 교통망에 적당하다. 이는 다시 차량에 기초한 모의실험 모형(simulation-based model)과 교

통류에 기초한 수리계획모형(mathematical programming model), 최적제어모형(optimal control theory model), 휴리스틱 모형(heuristic approach) 그리고 출발시간과 노선선택을 함께 고려하는 확률적 모형(stochastic route/departure time choice approach) 등이 있다.

또 다른 분류방법으로 구축된 동적모형이 수학적으로 균형해(dynamic equilibrium)가 존재하며 해석알고리즘(solution algorithm)이 균형해를 도출할 수 있느냐에 따라 분류할 수 있다. 현재까지 개발된 대부분의 이론적인 연구들이 균형해를 갖는 모형을 구축하는데 치중되어 왔으며 이 경우 Wardrop의 균형원리를 다음과 같이 동적인 경우로 확장하여 사용하고 있다.

동적 사용자 균형조건(dynamic user equilibrium conditions)

$$C_p^{f,rs}(t) = C^{f,rs}(t) \text{ 이면 } f_p^{rs}(t) > 0, \quad \forall r, s, p$$

$$C_p^{f,rs}(t) \geq C^{f,rs}(t) \text{ 이면 } f_p^{rs}(t) = 0, \quad \forall r, s, p \tag{6}$$

즉, 시점 t에서 기종점 r, s간의 p경로를 이용하는 경우, 통행비용 $C_p^{f,rs}(t)$이 t시점의 기종점 r, s간의 최소경로 비용 $C^{f,rs}(t)$과 같으면 경로 통행 $f_p^{rs}(t)$이 발생하며, 최소경로 통행비용보다 크게 되면, 통행량이 발생하지 않게 된다.

현재까지 개발된 모형들은 각기 나름대로의 장단점을 갖고 있는 데, 모의실험 모형(simulation-based model)의 경우, 수학적인 관점에서 해의 존재나 수렴성 검증등 이론적인 면에서 타방법에 비해 취약하다. 그러나 각종 교통전략들의 효과분석이나 교통제어전략을 쉽게 평가할 수 있는 장점이 있으며 실제 실용화되어 사용되고 있는 대부분의 동적 경로선택모형이 여기에 속한다. 수리계획모형(mathematicalprogramming model)들은 최계최적 통행배정모형(system-optimum traffic assignment)으로 사용자의 행태를 분석하지 못한다는 단점이 있으며, 비감소(nondecreasing), 오목한(concave) 링크유출함수(link exit function)을 이용하여 교통혼잡의 효과를 고려하기 때문에 많은 통행시간이 소요되거나 저교통류의 혼잡상태에서는 교통류의 행태와 일치하지 않는 단점이 있다. 이후 여러형태의 수학적인 모형들이 제시되었지만 비볼록 최적화문제(non-convex optimization problem)로 남게 되어 매우 단순한 네트워크에 한해서 적용되어 왔다. 최적제어모형(optimal control-based model)은 최적제어이론(optimal control theory)에 근거하여 각링크에 최소시간경로를 이용하는 운전자에 의해 발생된 순간 순간의 교통량을 결정하는 것으로 대부분의 연구가 이산적 시간 알고리즘으로 해결이 가능한 연속시간 형태로 구성되었다. 이모형은 Ran et al. (1993)에 의해서 Frank-Wolfe기법과 같은 convex combination method로 해석이 가능한 이산

시간 비선형문제(discrete-time nonlinear programming problem)로 변형되었다. 그러나 이방법 역시 수리계획모형과 마찬가지로 계산상의 어려움으로 단순한 가상 가로망을 대상으로 적용되어 왔으며 최근 중규모의 가로망을 대상으로 적용되고 있다.

휴리스틱 모형(heuristic approach)의 경우, 다음시간대로 투영된 링크 통행비용을 기초로 최단 경로를 탐색, 점진적으로 통행량을 배정하는 방법으로 대규모 가로망에 효과적으로 적용할 수 있다는 장점이 있다. 이방법은 타 방법에 비해 컴퓨터 소모시간이 단축되기 때문에 손쉽게 이용할 수 있다. 그러나 링크상 통행량의 움직임을 묘사하는 데 한계를 갖고 있는데 이런 점은 대부분 수리모형들의 공통된 단점이다. 마지막으로 확률적 모형은 모형내에 출발시간선택 과정이 고려되기 때문에 교통체계상 수요와 공급의 일반적인 구조를 갖추고 있다는 장점이 있다. 그러나 이 모형은 운전자의 학습과정(learning process)의 단순화, 비관련 대안의 독립성(independence of irrelevant alternatives)과 같은 logit모형의 문제점과 링크 표현의 단순화등의 단점을 갖고 있다. 여기서, 확률적 경로선택행위와 출발선택문제(departure time choice problem)는 앞에서 기술한 다른 모형에도 포함되는 일반적인 문제로 볼수 있다〔동적 경로선택 모형과 관련된 좀 더 자세한 내용은 임용택(1997)참조〕.

Ⅳ. 네트워크균형 고속도로 제어모형의 개발

이절에서는 본연구에서 개발코자하는 도시고속도로 제어모형에 대하여 기술한다. 본 모형식이 최적제어문제로 구축되기 때문에 먼저 최적제어이론에 대하여 간략히 살펴보고 본 연구의 도시고속도로 제어모형을 제시코자 한다.

1. 최적제어이론

최적제어이론은 기계공학이나 항공공학 등의 제어전략에 주로 이용되어 왔으나 최근 교통제어에 적용되고 있다. 최적제어모형은 다음과 같이 상태변수(state variable)과 제어변수(control variable)로 이루어지며, 이들 변수간의 상태방정식을 구성하게 된다.

- 상태변수(state variables): $x(t)=[x_1(t),\ x_2(t),\ \cdots,\ x_n(t)]$ (7)
- 제어변수(control variables): $u(t)=[u_1(t),\ u_2(t),\ \cdots,\ u_n(t)]$ (8)
- 상태방정식(state equations): $\dot{x}(t)=dx_i/dt=f[x(t),\ u(t),\ t]$ (9)

최적제어모형은 위 상태방정식의 관계하에서 특정성과지표를 최대화 또는 최소화시키기 위한 최적의 제어변수를 구하는 문제로 최적제어모형의 목적함수는 일반적으로 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$J = \int_0^T F[x(t), u(t), t]dt + S[x(T), T] \tag{10}$$

여기서 0과 T는 초기와 마지막 시간이며, F는 상태변수와 관련된 비용함수이고 S는 마지막 시간대의 상태변수 $x(T)$와 관련된 비용으로 salvage cost이다.

식(10)의 연속최적제어문제는 다음과 같이 이산최적제어문제로 변환할 수 있다.

$$\min_{x,u} J = \sum_{k=1}^{K} F[x(k), u(k), k] + S[x(K+1), K+1] \tag{11}$$
$$s.t.\quad x(k+1) = x(k) + f[x(k), u(k), k]$$
$$K \text{ and } x(1) = x1 \text{ fixed, } x(K+1) \text{ free}$$

여기서, y를 다음과 같이 정의하면

$y_1 = u(1)$

.

.

$y_K = u(K)$

$y_{K+1} = x(1)$

.

.

$y_{2K+1} = x(K+1)$

위 이산최적제어문제는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\min_y Z(y) = \sum_{i=1}^{K} F[y_{K+i}, y_i, i] + S[y_{2K+1}, 2K+1]$$

또한, 상태방정식과 경계조건도 아래와 같이 변환된다.

$$y_{K+i+1} = y_{K+i} + f[y_{K+i}, y_i, i] \quad \forall i = 1, 2, \cdots K$$
$$y_{K+1} \text{ given}$$

이를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\min_y Z(y)$$
$$s.t.\quad g(y) \le 0 \tag{12}$$

그런데, 위 문제는 일반적인 비선형문제(Nonlinear Problem)와 동일하다. 즉, 최적제어 문제가 비선형문제로 변환된 것이다. 이것은 일반적인 비선형문제 풀이 알고리즘이 위 이산 최적제어문제에도 그대로 적용될 수 있음을 보여주고 있다.

2. 도시고속도로 제어모형

본 연구에서는 통행자 균형개념하에서 운전자의 경로선택행태를 고려한 2가지의 도시고속도로 제어모형을 제시한다. 이들 모형은 운전자의 경우, Wardrop의 균형상태를 가정하고 도시고속도로 제어는 최적제어문제로 구성하게 된다. 첫 번째 모형은 운전자의 통행행태를 고려할 경우, 제어변수(램프 진입교통량)를 어떻게 결정하느냐의 문제이며 두 번째 모형은 Wardrop의 균형상태가 되도록 제어변수(신호제어 또는 가변교통정보)를 어떻게 결정하느냐의 문제가 된다. 먼저, 본 연구에서 구축되는 제어모형의 기본식은 다음과 같다.

〔Basic Formulation〕

$$\min J = \sum_{k=0}^{K-1} \phi[x(k)] \tag{13}$$

$$s.t.\quad x(k+1) = f(x(k), u(k)),\quad x(0) = x_0 \tag{14}$$

$$c_i(u_i(k), h_i(x(k))) \le 0,\quad \forall i = 1, \cdots, m \tag{15}$$

여기서, k는 이산시간 index($t=k\Delta t$)이며 K는 분석시간이다.

기본모형식에서 목적함수 J는 특정한 성과지표, 예를 들어 총통행시간이나 비용등을 최소화시키는 제어변수를 구하게 되며 제약조건(14)는 상태방정식을, 제약조건(15)는 운전자의 경로선택행태를 나타내는 조건들이다.

2.1. 동적 램프진입제어모형

본 연구에서는 운전자의 경로선택행위를 고려할 수 있어야 하기 때문에 대상가로망은 도시고속도로와 일반 간선도로로 이루어지며, 기점에서 출발한 차량이 진입램프를 통하여 도시고속도로를 이용하거나, 일반간선도로를 통하여 종점에 도착하도록 하였다. 먼저, 목적함수는 통행시간과 램프부 대기시간의 합을 최소화시키는 형태로 구성하였으며, 제약조건들은 다음과 같다.

① 목적함수

$$\min\ J = \sum_{0}^{T}\sum_{i} k_i(t)\cdot l_i \cdot \Delta t + \sum_{0}^{T}\sum_{r} x_r(t)\cdot \Delta t \tag{16}$$

② 상태방정식

$$\begin{aligned} & k_i(t+1) = k_i(t) + \frac{\Delta t}{l_i}\left[h_i(t) - g_i(t)\right] \quad \forall i, t \\ & k_i(t) \le k_{i,jam}(t) \end{aligned} \tag{17}$$

여기서, $k_i(t)$는 t시간대 링크 i의 밀도이며, $h_i(t)$, $g_i(t)$는 링크 i의 inflow와 outflow이고 $k_{i,jam}(t)$는 jam density이다.

③ 램프부 상태방정식

$$\begin{aligned} & x_r(t+1) = x_r(t) + \left[d_r(t) - u_r(t)\right]\cdot \Delta t \\ & u_r^{\min} \le u_r(t) \le u_r^{\max} \\ & x_r(t) \le x_r^{\max}(t) \end{aligned} \tag{18}$$

여기서, $x_r(t)$는 램프 r의 t시간대 교통량이며, $d_r(t)$은 진입량이고 $u_r(t)$은 진출량, 즉 램프미터링 교통량을 나타낸다. $x_r^{\max}(t)$는 램프 r의 최대교통량을 의미한다.

(4) 운전자 경로선택 제약조건

$$-C^{F^*}(u, x, t)\cdot\left[F(t) - F^*(t)\right] \le 0 \quad \text{for all} \quad F(t) \in D \tag{19}$$

여기서, $C^{F^*}(u, x, t)$는 경로 통행시간 벡타이며, $F(t)$는 경로통행벡터 $F(t) = \{F_p^{rs}(t)\}$로 기점 r에서 종점 s까지 사용된 경로 p의 통행량이다.

그런데, 위 비선형문제는 앞절에서 기술한 바와 같이 풀기가 쉽지 않다. 또한, 제약조건내 운전자의 경로선택 제약조건식이 변동부등식(Variational Inequality Problem)문제로 포함되어 있어 non-convex하기 때문에 global solution을 보장할 수 없다. 따라서, 본 연구에서는 위 문제를 다음과 같이 bi-level문제로 변환시켜 문제를 풀도록하였다.

〔상위문제〕

$$\min J = \sum_{0}^{T} \sum_{i} k_i(t) \cdot l_i \cdot \Delta t + \sum_{0}^{T} \sum_{r} x_r(t) \cdot \Delta t \tag{20}$$

subject to

$$k_i(t+1) = k_i(t) + \frac{\Delta t}{l_i}[h_i(t) - g_i(t)] \quad \forall i, t$$
$$k_i(t) \le k_{i,jam}(t)$$
$$x_r(t+1) = x_r(t) + [d_r(t) - u_r(t)] \cdot \Delta t$$
$$u_r^{\min} \le u_r(t) \le u_r^{\max}$$
$$x_r(t) \le x_r^{\max}(t)$$

〔하위문제〕

$$-C^{F^*}(u, x, t) \cdot [F(t) - F^*(t)] \le 0 \quad \text{for all} \quad F(t) \in D \tag{21}$$
$$x_r(t) = F_p^{rs}(t)\delta_{r,p}^{rs}$$
$$h_i(t) = F_p^{rs}(t)\delta_{i,p,in}^{rs}$$
$$g_i(t) = F_p^{rs}(t)\delta_{i,p,out}^{rs}$$
$$d_r(t) = F_p^{rs}(t)\delta_{r,p,in}^{rs}$$
$$x_r(t) \le u_r(t)$$

여기서, $\delta_{r,p}^{rs}$, $\delta_{i,p,in}^{rs}$, $\delta_{i,p,out}^{rs}$, $\delta_{r,p,in}^{rs}$은 1또는 0을 갖는 더미변수로 다음과 같은 값으로 결정된다.

$\delta_{r,p}^{rs}$: 기점 r과 종점 s 사이의 교통량이 경로 p의 램프 r을 이용하면 1, 그렇지 않으면 0

$\delta_{i,p,in}^{rs}$: 기점 r과 종점 s사이의 교통량이 경로 p의 링크 i로 진입하면 1, 그렇지 않으면 0

$\delta_{i,p,out}^{rs}$: 기점 r과 종점 s사이의 교통량이 경로 p의 링크 i로 진출하면 1, 그렇지 않으면 0

$\delta_{r,p,in}^{rs}$: 기점 r과 종점 s사이의 교통량이 경로 p의 램프 r로 진입하면 1, 그렇지 않으면 0

마지막 조건식, $x_r(t) \le u_r(t)$은 정상상태(steady state condition)조건이며, 위 기호중 아래첨자(subscript) i는 링크를, r은 램프를 의미한다.

원 문제가 2개의 문제로 분할됨에 따라 우리는 개별적으로 각 문제들을 풀수 있게 되었다. 먼저 상위문제는 앞에서 살펴본 비선형문제와 최적제어문제의 관계에 따라 비선형문제의 알고

리즘인 Frank-Wolfe기법을 적용할 수 있다. 하위문제는 동적 경로선택문제로 이에 대한 풀이법은 Smith(1993), Ran, et al.(1996), 임용택(1997) 등에 제시된 알고리즘의 하나를 이용하여 풀 수 있다. 여기서는 하위문제의 풀이법은 생략하고 상위문제의 풀이 알고리즘을 다음과 같이 제시한다.

〔step1〕 Initialization

Find an initial feasible solution $X^{(0)} = [u^{(0)}(t)]$ and

set outer iteration counter $n=0$

〔step2〕 Direction Finding

find the optimal moving direction $Y^{(n)}(t) = [u^{(n)}(t)]$ by solving the following linear subproblem;

min $\Delta J(X^{(n)}) \cdot Y^{(n)}$

with constraints

〔step3〕 Line search

find the optimal step size $\lambda^{(n)}$ that solves the one-dimensional search problem.

〔step4〕 Solution update

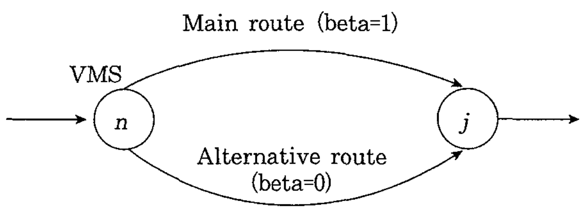
$X^{(n+1)} = X^{(n)} + \lambda^{(n)} Y^{(n)}$

〔step5〕 Convergence test

if $X^{(n+1)} \simeq X^{(n)}$ stop, otherwise $n=n+1$ and goto 〔step2〕

2.2. 동적 경로유도모형

동적 경로유도모형은 도시고속도로와 일반도로로 구성된 단순한 가로망에서 운전자의 균형상태를 이루기 위하여 제어변수(신호제어 또는 가변정보)를 어떻게 결정하느냐의 문제이다. 즉, 가로망 균형상태를 이루기 위한 설계문제(Network Design Problem)가 된다. 본 연구에서는 아래 그림과 같은 예제가로망을 이용하여 모형을 구축하였다. 여기서 제어변수는 1 또는 0을 갖는 이진변수(binary variable)로 설정한다.



〈그림 2〉 예제 가로망

① 목적함수

$$\min \ J = \sum_{0}^{T} \sum_{i} k_i(t) \cdot l_i \cdot \Delta t \tag{22}$$

② 상태방정식

$$k_i(t+1) = k_i(t) + \frac{\Delta t}{l_i}\left[f_{i-1}(t) - f_i(t)\right] \quad \forall i, t \tag{23}$$

$$f_i(t) = k_i(t) \cdot v_i(t)$$

$$k_i(t) \le k_{i,jam}(t)$$

$$v_i(t+1) = v_i(t) + \Delta \frac{t}{\alpha}\left[V_{fund}(k_i(t)) - v_i(t)\right]$$

$$V_{fund}(k_i(t)) = v_{free} \cdot \exp\left[1 - \frac{k_i(t)}{k_{i,jam}}\right]$$

여기서, $f_i(t)$는 링크 i의 t시간대 교통량이며, $v_i(t)$는 이때 링크 i의 속도를 의미한다. 또한, $V_{fund}(k_i(t))$는 밀도-속도 관계식중 Greenshield식이며 α는 파라메타이다.

③ 운전자 균형조건(User Optimality Constraint)

$$(\beta_{vms,n,j}(t) - 1) \cdot (\tau^M_{n,j}(t) - \tau^A_{n,j}(t)) \le 0 \tag{24}$$

여기서, $\beta_{vms,n,j}(t)$는 이진제어변수(binary control variable)다. 즉, $\beta_{vms,n,j}(t) = \{0, 1\}$로 $\beta_{vms,n,j}(t) = 1$이면 주도로로 차량을 유도하고, $\beta_{vms,n,j}(t) = 0$이면, 우회도로로 유도한다. 따라서, 운전자 균형조건(user optimal conditions)은 다음과 같다.

if $\tau^M_{n,j}(t) \le \tau^A_{n,j}(t)$, then $\beta_{vms,n,j}(t) = 1$(주도로로 통행유도)

otherwise $\beta_{vms,n,j}(t) = 0$(우회도로로 통행유도)

여기서, $\tau^M_{n,j}(t)$는 노드 n에서 노드 j까지 주도로의 통행시간이며, $\tau^A_{n,j}(t)$는 부도로의 통행시간이다. 통행시간은 링크길이$[l_i]$와 링크 통행속도$[v_i(t)]$로부터 구할수 있다.

이 문제 역시 풀기가 쉽지 않은 데, 본 연구에서는 대각화알고리즘(Diagonalization Algorithm)을 사용하였다. 먼저 내부반복과정에서는 통행속도를 고정시키고, Frank-Wolfe 알고리즘을 이용하여 밀도와 통행량을 구하고 외부반복과정에서 통행속도를 갱신하여 수렴할 때까지 반복하였다. 이 과정이 끝나면 각 경로의 통행시간을 비교하여 제어변수의 값을 1 또는 0으로 결정한다.

〔step1〕 Initialization

Find an initial feasible solution $X^{(0)}=[k^{(0)}(t),\ f^{(0)}(t)]$ and

set outer iteration counter $n=0$

〔step2〕 Diagonalization

Find a new estimate of link speed $\overline{v_i}^{(0)}$ and

set inner iteration counter $m=0$

〔step2. 1〕 Direction Finding

based on the estimated segment speed $\overline{v_i}^{(0)}$, find the optimal moving direction $Y^{(m)}(t)=[k^{(m)}(t),\ f^{(m)}(t)]$ by solving the following linear subproblem;

min $\Delta J(X^{(m)})\cdot Y(m)$

with constraints

〔step2. 2〕 Line search

find the optimal step size $\lambda^{(m)}$ that solves the one-dimensional search problem.

〔step2. 3〕 Solution update

$X^{(m+1)}=X^{(m)}+\lambda^{(m)}Y^{(m)}$

〔step2. 4〕 Inner convergence test

if $X^{(m+1)}\simeq X^{(m)}$ goto 〔step2〕, otherwise $m=m+1$ and goto 〔step2. 1〕

〔step3〕 Outer convergence test

If $v_i^{(n+1)}(t)\simeq v_i^{(n)}(t)$ stop, otherwise $n=n+1$ and goto 〔step2〕

〔step4〕 Determine the Control Variables

if $\tau_{n,j}^{M}(k)\le\tau_{n,j}^{A}(k)$, then $\beta_{vms,n,j}(k)=1$

otherwise $\beta_{vms,n,j}(k)=0$

Ⅴ. 결론 및 연구과제

본연구에서는 최적제어이론을 이용하여 2가지의 도시고속도로 제어모형을 제안하였다. 모형내에는 운전자의 경로선택행태를 고려하기 위하여 Wardrop의 사용자 균형개념을 제약조건으로 추가하였으며, 이들 모형에 대한 풀이 알고리즘도 제시하였다.

그러나 본 연구는 현재 초기단계로 향후 예제가로망을 대상으로 개발모형의 평가가 필요하며, 좀 더 현실적인 모형의 구축과 효율적인 알고리즘개발등 많은 과제들이 남아 있다. 또한, 동적 기종점추정을 통하여 고속도로 진입제어전략을 수립하는 연구도 있다. 그럼에도 불구하고 본 연구에서는 지금까지 충분히 고려되지 않았던 운전자의 경로선택행태를 모형내에 명시

적으로 고려하였다는 점과 이를 제어변수로 도입하여 실시간 제어모형을 개발했다는 데 연구의 의미가 있다.

Reference

임용택(1997) 동적통행배정모형의 비교연구, 서울시정연구 제5권 제1호, 81-98.

Chen C., Cruz J.B. Jr and Paquet J.G. (1974) Entrance ramp control for travel rate maximization in expressways, Transportation Research 8, 503-508.

Chen, O., A.F. Hotz and M. Ben-Akiva(1997) Development and evaluation of a dynamic ramp metering control model, IFAC Transportation Systems, 1162-1168.

Iida, Y., Hasegawa T., Asakura Y. and Shao C.F. (1989) A formulation of on-ramp traffic control system with route guidance for urban express, 6th IFAC, 229-236.

May, A.D., J.J. Wang(1973) Computer model for optimal freeway on-ramp control. HRR459.

Messer, C.J. (1969) A design and synthesis of a multilevel freeway control system and a study of its associated operational control plan, Ph.D dissertation, Texas A&M university, College station.

Messmer, A., M. Papageorgiou(1994) Optimal freeway network control via route recommendation, Vehicle Navigation & Information Systems Conference Proceedings, 297-302.

Papageorgiou, M. (1990) Dynamic modeling, assignment, and route guidance in traffic networks, Transportation Research vol. 24B, 471-495.

Ran, B. and D. Boyce(1996) Modeling dynamic transportation networks, Springer.

Smith M.J. (1993) A new dynamic traffic model and the existence and calculation of dynamic user equilibria on congested capacity-constrained road networks, Transportation Research 27B, 49-63.

Wattleworth J.A. and Berry D.S. (1965) Peak-period control of a freeway system - some theoretical investigations, Highway Res. Rec. 89, 1-25.

Yang, H., S. Yagar, Y. Iida, Y. Asakura(1994) An algorithm for the inflow control problem on urban freeway networks with user-optimal flow, Trnasportation Research, 28B, 123-139.

Yuan L.S. and Kreer J.B. (1971) Adjustment of freeway ramp metering rates to balance entrance ramp quees. Transportation Research 5, 127-133.