게임이론과 교통망문제

임용택* · 임강원**

〈目　　次〉

Ⅰ. 서론
Ⅱ. 협력적게임과 비협력적 게임
　1. 게임의 정의
　2. 낙관적 선택과 비관적 선택
Ⅲ. Wardrop 균형과 Nash 균형
Ⅳ. 게임이론과 교통망 모형
　1. Bi-level 프로그램
　2. 협력적 사용자균형
Ⅴ. 결론
참고문헌

Ⅰ. 서 론

게임이론(game theory)은 게임에 참여하는 참가자(player)들이 자신의 이익을 최대화시키기 위하여 어떻게 최적전략(optimal strategy)을 결정할 것인가를 연구하는 분야로 산업공학, 경영학, 경제학 등 여러 학문분야에 널리 활용되고 있다. 이런 게임이론은 교통분야에도 도입되어 응용되고 있으나 게임이라는 용어를 명시적으로 사용하여 연구된 지는 얼마 되지 않고 있다. 예를 들어, 전통적인 교통망문제인 교통망설계문제(transportation network design problem)를 풀기 위한 대표적인 방법인 바이레벨 프로그램(bi-level program)은 게임이론의 대표적인 예임에도 불구하고 최근에야 게임이론 측면의 해석이 이루어 졌다(Fisk, 1984; Yang et al., 1998). 또한, 통행자의 경로선택원리로 널리 활용되는 Wardrop의 경로선택 제1원리는 Nash게임의 일종으로 받아들여지고 있다.

게임이론은 크게 참가자간의 협력(cooperation)이 존재하느냐 아니냐에 따라 협력적 게임(cooperative game)과 비협력 게임(non-cooperative game)으로 구분될 수 있다. 기존 대부분의 교통망문제들은 참가자간의 비협력을 가정하여 풀고 있는데, 이는 협력 상태를 가정할 경우 문제를 풀기가 어렵기 때문이다. 그러나, 상당수의 교통망 문제들이 협력적 상황이거나 협력적 상황을 가정할 경우 더 좋은 해를 찾을 수 있기 때문에 협력적 게임에 대한 이해와 협력적 게임을 풀기 위한 새로운 모형 및 풀이 알고리듬의 개발이 요구되고 있다.

본 연구는 협력적 게임을 교통망문제에 적용하기 위한 기초 연구로서, 게임이론에 대한 명확

* 여수대학교 교통물류시스템공학부 조교수
** 서울대학교 환경대학원 교수

한 정의와 게임이론측면에서의 교통망 문제에 대한 해석을 통하여 게임이론과 교통망 모형간의 관계를 정립하고자 한다. 또한, 게임이론을 교통망에 적용한 몇 가지 예제를 통하여 교통망 문제에서도 협력적 게임상황이 비협력 게임상황보다 여전히 더 좋은 해를 구할 수 있음을 보여준다.

Ⅱ. 협력적 게임과 비협력적 게임

1. 게임의 정의

게임에 참여하는 플레이어(player)간의 협력여부에 따라 협력적 게임과 비협력적 게임으로 구분할 수 있다. 만약 서로 협력없이(Noncooperative) 자신들만의 목적을 최적화시키는 형태로 구성하면 Counot-Nash게임이 되며, 리더(leader)와 추종자(follower)가 존재하고, 리더는 추종자의 행태를 알 수 있다는 가정하에 문제를 구성하면 Stackelberg게임이 된다. Fisk(1984)는 이들 게임의 차이를 다음과 같이 설명하였다.

만약 2명의 플레이어(player)가 존재하며, 각 플레이어의 목표는 자신의 목적함수 P_1, P_2를 최소화시키는 것으로 가정하면, Cournot-Nash게임의 비협력상황은 균형 상태에서 어떤 플레이어도 자신의 결정을 일방적으로 바꿈으로써 자신의 목적을 향상시킬 수 없다는 특징을 가지고 있다. 따라서 각 플레이어의 결정 변수인 (x_1, x_2)가 균형상태의 해(x_1^*, x_2^*)라면 다음과 같은 조건을 만족하게 된다.

$$P_1(x_1, x_2^*) \geq P_1(x_1^*, x_2^*)$$
$$P_2(x_1^*, x_2) \geq P_2(x_1^*, x_2^*) \quad (1)$$

다른 플레이어의 전략이 주어진 상태에서, i 플레이어의 최적 전략은 다음의 식을 푸는 해법을 찾음으로써 발견될 수 있다.

$$\min_{x_i} \ P_i(x_1, x_2) \quad (2)$$

그리고 균형 해는 식 (2)의 최적해 조건을 둘 다(for i = 1, 2) 동시에 만족시키는 해이다.

이에 반해, Stackelberg 게임에서는 한명의 플레이어(리더)는 다른 플레이어(추종자)가 자신의 결정에 대해서 어떻게 반응할지 알고 있다. 만약 플레이어 1이 리더이고 $x_2 = T(x_1)$가 리더의 결정 x_1에 대한 플레이어 2의 반응이라면, 균형 상태는 다음과 같다.

$$P_1(x_1, T(x_1)) \geq P_1(x_1^*, T(x_1^*))$$

$$P_2(x_1, T(x_1)) \le P_2(x_1, x_2) \tag{3}$$

따라서, 플레이어 1의 전략 x_1에 대하여 플레이어 2(추종자)의 최적전략은 다음 식 (4)와 같이 구해진다.

$$\min_{x_2} \quad P_2(x_1, x_2) \tag{4}$$

반면, 리더(leader)의 최적 전략은 다음 식 (5)를 푸는 것으로 정리된다.

$$\min_{x_1} \quad P_1(x_1, T(x_1)) \tag{5}$$

즉, Cournot-Nash게임의 해를 구하는 식 (2)와 Stackelberg게임 해를 구하는 식 (4) 및 식 (5)에는 분명한 차이가 있음을 알 수 있다. Fisk는 최소화문제를 통하여 Stackelberg게임이 Cournot-Nash게임보다 더 좋은 해를 도출한다는 사실을 보여주었다. 이것은 상위문제인 리더가 하위문제인 추종자의 움직임을 알고 있다는 상황(cooperative)하에서 문제를 풀기 때문인데, 이때 상위문제와 하위문제간에는 명시적인 함수형태가 존재하게 된다.

2. 낙관적 선택과 비관적 선택

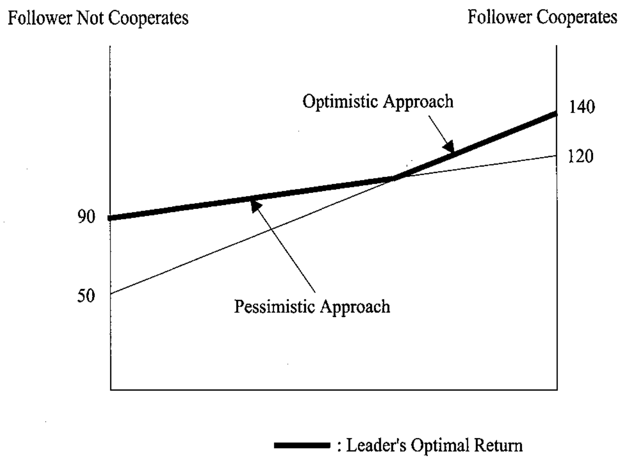
리더와 추종자가 존재하는 협력적인 게임에서 추종자의 반응에 대하여 리더는 낙관적(optimistic) 또는 비관적(pessimistic)으로 선택할 수 있다. 낙관적인 선택은 리더는 추종자가 리더의 이익을 극대화시키는 형태로 협력할 것이라고 가정하고 결정하는 것이며, 비관적인 선택은 추종자가 리더의 이익에 반하여 협력할 것으로 예상하고 결정하는 경우다. 즉, 비관적 선택은 일종의 비협력게임이나 추종자가 리더의 이익에 반하는 형태로 반응한다는 점에서 앞에서 기술한 Nash의 비협력게임(상대방에 대한 고려없이 자신만의 이익을 취하는 게임)과는 차이가 있다. Cao et al.(2002)는 낙관적 선택과 비관적 선택의 차이를 다음 예제를 통하여 설명하였다.

〔예제 1〕 낙관적 선택과 비관적 선택

리더와 추종자는 각기 자신의 함수 f_1, f_2를 최대화시킨다고 하자

$$\max_x \ f_1 = 8x_1 + 10x_2 + 2y_1(x_1, x_2) - y_2(x_1, x_2)$$
$$\text{s.t} \quad x_1 + x_2 \le 10, \quad x_1, x_2 \ge 0$$

여기서, $y(x_1, x_2)$는 다음 추종자문제를 풀어 구할 수 있다.



〈그림 1〉 리더의 최적 이익(Leader's Optimal Return)

$$\max_y \ f_2 = y_1 + y_2$$
$$\text{s.t} \quad y_1 + y_2 \le 20 + x_1 - x_2, \quad y_1, y_2 \ge 0$$

이 문제에서, 만약 리더가 낙관론자(optimist)라면 리더는 $(x_1,\ x_2)$ = (10, 0)를 선택하게 된다. 이때 추종자가 리더에 협력하여 (y_1, y_2) = (30, 0)이라는 선택을 한다면, $(x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2)$ = (10, 0, 30, 0)이 되어 리더는 f_1 = 140이라는 이익을 얻게 된다. 그러나 추종자가 리더에 협력하지 않는 다면 $(x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2)$ = (10, 0, 0, 30)이 되어 리더는 f_1 = 50이라는 이익만을 얻게 된다. 여기서 어느 경우든 추종자는 f_2 = 30이라는 이익을 얻는다.

또한, 만약 리더가 비관론자(pessimist)이며 추종자가 협력하지 않는다면, 리더는 $(x_1,\ x_2)$ = (0, 10)을 선택하고 $(x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2)$ = (0, 10, 0, 10)이 되어 f_1 = 90이라는 이익을 얻게 되며, 만약 추종자가 리더에 협력하는 결정을 내린다면 $(x_1,\ x_2,\ y_1,\ y_2)$ = (0, 10, 10, 0)으로 f_1 = 120이 된다. 이때 어느 경우든 추종자는 f_2 = 10이라는 이익을 얻는다.

각 경우에 리더가 얻는 이익이 〈그림 1〉에 나타나 있다. 어떤 경우든 리더와 추종자간에 협력(cooperation)이 존재한다면 리더의 이익은 90에서 140까지 증가하며, 추종자도 10에서 30으로 증가하게 된다. 이 예제를 통하여 확실한 것은 추종자가 리더에게 협력할지 협력하지 않을지를 리더가 정확히 알 수 있다면 리더는 이에 맞게 결정함으로서 자신의 이익을 최소 50으로 감소시키는 잘못된 결정을 하지 않을 수 있다는 점이다. 즉, 리더가 낙관론자든 비관론자든 간에 리더가 추종자의 협력여부를 확실히 알 수 있다면 극단적인 불이익은 피할 수 있게 된다.

Ⅲ. Wardrop 균형과 Nash 균형

현재 교통망 모형에서 경로선택원리로 널리 사용되고 있는 사용자균형(User equilibrium)이라는 개념은 Wardrop(1952)에 의해 제시되었다. Wardrop(1952)은 균형을 2가지 형태로 제시하였는데, 제1원리는 교통망을 이용하는 사용자들간의 균형(User equilibrium)에 관한 것이며 2번째 원리는 교통망을 최적화시키는 체계최적(system optimum) 원리이다. 이중 제1원리가 통행자의 경로선택 행위를 표현하는 원리로 다음과 같이 정의된다.

〔Wardrop equilibrium〕

The journey time on all the routes actually used are equal, and less than those which would be experienced by a single vehicle on any unused route.

즉, Wardrop의 사용자 균형은 사용된 모든 경로의 통행비용은 동일하며, 사용되지 않는 경로보다 작은 상태를 의미한다.

Wardrop의 균형과 유사한 개념이 Nash(1950)에 의해 제시되었으며 Nash균형을 교통망측면에서 정의하면 다음과 같다.

〔Nash equilibrium〕

A flow pattern is in Nash equilibrium if no individual decision maker on the network can change to a less costly strategy, or, route.

Nash균형은 어떤 한 개인이 자신의 경로를 바꿈으로서 더 이상의 비용감소를 기대할 수 없는 상태로 정의될 수 있으며, 1명 이상의 의사결정권자가 동시에 경로를 변경하는 경우에 대해서는 설명되지 않는다. 만약 Nash게임에서 의사결정권자의 수가 유한하다면, Wardrop의 균형과 달리 모든 사용된 경로의 비용이 동일하다는 조건 없이도 Nash균형이 만족될 수 있다. 즉, 사용자의 수가 많아지면 Wardrop의 균형은 Nash균형의 특별한 경우가 된다.

이와 관련하여 Altman et al.(2002)은 Wardrop의 균형과 Nash균형과의 관계를 설명하였는데, 먼저 Wardrop의 균형을 사용자계층(user class, 또는 player) i에 대하여 Smith(1979)가 제시한 변동부등식(variational inequality)으로 표현하면 다음과 같다.

$$c_i(x^*)^T(x_i^* - x_i) \le 0 \qquad (6)$$

여기서, $x=\sum_{i=1}^{I} x_i$인 교통량 벡타이며, x_i는 사용자 계층 i의 교통량이다. i = 1, 2, ..., I. 또한, x^*는 균형 교통량 벡타이고 $c(x^*)$는 이때 링크 비용벡타이다.

한편, Nash균형 x_i^*는 다음 조건을 만족한다.

$$\sum_{l \in R_i} x_{il}^* c(x_{il}^*, x_{\neq il}^*) \le \sum_{l \in R_i} x_{il} c(x_{il}, x_{\neq il}^*) \qquad \text{for} \quad i = 1, 2, \cdots, I \tag{7}$$

여기서, $\neq i$는 i 계층에 속하지 않는 사용자 계층을 나타내며, R_i는 i 계층이 속하는 링크의 집합이다. 식 (7)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\sum_{l \in R_i} x_{il}^* c(x_{il}^*, x_{\neq il}^*) - \sum_{l \in R_i} x_{il} c(x_{il}, x_{\neq il}^*) \le 0 \tag{8}$$

여기서, 만약

$$c(x_{il}^*, x_{\neq il}^*) - c(x_{il}, x_{\neq il}^*) = 0 \tag{9}$$

인 경우, 식 (8)은 다음 식 (10)과 같이 정리할 수 있다.

$$\sum_{l \in R_i} (x_{il}^* - x_{il}) c(x_{il}^*, x_{\neq il}^*) \le 0 \tag{10}$$

그런데, 식 (10)은 Wardrop의 변동부등식(식 6)과 동일하다. 즉, 추가적인 사용자의 비용이 0이 되는 식 (9)와 같은 조건이 성립하는 경우, Nash균형이 Wardrop의 균형과 같아진다. 이는 앞에서 기술한 바와 같이 사용자가 많아지고 사용자 비용이 균형비용과 같아지면(즉, 더 이상의 비용변화가 없는 경우가 되면), Nash균형과 Wardrop의 균형은 같게 됨을 의미한다.

Ⅳ. 게임이론과 교통망 모형

앞에서 살펴본 게임이론들은 교통망 모형을 구성하는데 적용될 수 있다. 예들 들어 경로선택원리로 사용되는 Wardrop의 원리는 Nash게임의 특별한 경우로 간주할 수 있다. 또한, 교통혼잡을 완화시키기 위하여 도입되는 각종 교통정책들을 모형화시키는 경우에도 게임이론을 적용할 수 있다. 여기서는 게임이론을 적용하여 교통망 모형을 개발하는 문제와 교통정보가 제공되는 상황하에서 새로운 경로선택원리를 제안한다.

1. Bi-level 프로그램

바이레벨 프로그램(bi-level program)은 상위문제(upper level program)와 하위 문제(lower level program)로 구성된 수리적인 문제로 최근 교통분야에 활발히 적용되고 있다. 바이레벨 문제는 도로 확장, 최적 교통신호설계, 혼잡통행료부과 그리고 교통정보제공 등 교통혼잡을 완화시키기 위한 제반 교통정책들을 평가하기 위한 연구분야에 이용되어 왔는데, 상위문제는 목적하는 특정함수를 최적화시키는 형태이며, 하위문제는 통행자의 행태(behavior)를 반영하는 형태로 구축된다. 그런데, 상위문제와 하위문제를 구성할 때 각 문제들이 서로 협력없이(non-cooperative) 자신들만의 목적을 최적화시키는 형태로 구성하느냐, 아니면 리더(leader)와 추종자(follower)가 존재하여, 리더는 추종자의 행태를 알 수 있다는 가정하에 문제를 구성하느냐에 따라 모형식이 달라지게 된다. 전자는 제2절에서 살펴본 Cournot-Nash게임이 되며, 후자는 Stackelberg게임이 된다. 앞에서 기술한 도로확장이나, 교차로 신호시간결정, 혼잡통행료 부과등 여러 교통정책의 경우, 일반적으로 교통운영자(리더)들은 이들 정책이 도입되었을 때 운전자(추종자)들이 어떻게 그들의 경로를 변경할 것인지를 알고 있다고 가정하는 것이 타당하기 때문에 Stackelberg게임이 된다. 즉, 교통분야에서 다루고자하는 제반 교통정책들은 교통운영자가 통행자의 행태를 알고 교통정책변수를 결정한다고 가정하는 것이 현실적이기 때문에, Cournot-Nash게임 보다는 Stackelberg게임에 가깝다고 할 수 있다. 여기서는 도로용량을 증설하는 문제와 혼잡통행료를 부과하는 바이레벨문제에 대하여 게임이론측면에서 살펴보자.

1) 도로용량 증설(capacity improvement)문제

도로용량 증설과 같은 교통망설계문제(Network design problem)의 상위문제는 주로 건설비용을 포함한 총통행비용을 최소화시키는 문제로 구성되어 왔다. 여기서 건설비용이란 모형에서 도출된 최적 설계변수만큼 교통망을 변화시키는데 소요되는 비용(예를 들어 용량을 확장시키기 위한 설치비용 등)을 의미한다. 본 연구에서도 총통행비용 최소화를 상위문제로 구성하며, 이들 문제를 Cournot-Nash게임과 Stackelberg게임으로 표현하면 다음과 같다.

(상위문제 1) Cournot-Nash게임 형태

$$\min_s Z(s,x) = \sum_{a\in A} x_a \cdot c_a(x_a,s) + \sum_{b\in B} u_b(s) \tag{11}$$

(상위문제 2) Stackelberg게임 형태

$$\min_s Z(s,x(s)) = \sum_{a\in A} x_a(s) \cdot c_a(x_a(s),s) + \sum_{b\in B} u_b(s) \tag{12}$$

여기서, x와 c는 링크 통행량벡타와 링크 통행비용벡타이고 s는 설계변수(design parameter)이며, $u(s)$는 건설비용벡타이다. 상위문제에서 유의할 점은 Stackelberg게임의 경우, 링크 통행벡

타 x가 설계변수 s의 함수라는 것이다. 즉, 이것은 설계변수가 변함에 따라 도출되는 링크통행량의 변화를 상위문제에 고려한다는 것으로, 이는 리더가 추종자의 변화를 알고 상위문제를 결정한다는 Stackelberg게임형태로 상위문제가 구성되었음을 의미한다.

하위문제의 경우, 변경된 교통망에 따라 변화된 통행자의 경로선택행위를 반영해야 하기 때문에 통행배정(traffic assignment)모형이 하위문제가 된다. 본 연구에서는 결정적 통행배정문제(deterministic traffic assignment)와 확률적 통행배정문제(stochastic traffic assignment)로 나누어 모형을 구축하며 각 모형은 다음과 같다.

(하위문제 1) 결정적 통행배정모형

$$\min z(x) = \sum_a \int_0^{x_a} c_a(y)dy \tag{13}$$

subject to,

$$\sum_{k \in R_w} f_k^w = d_w$$

$$f_k^w \geq 0$$

$$x_a = \sum_{w \in W} \sum_{k \in R_w} f_k^w \delta_{a,k}^w$$

(하위문제 2) 확률적 통행배정모형

$$x_a - \sum_{w \in W} p_a^w(c(x,s))d_w = 0 \tag{14}$$

subject to,

(하위문제 1)의 제약조건식과 동일

여기서, f_k^w는 기종점 $w \in W$ 간 경로 k의 통행량이며, $\delta_{a,k}^w$는 w간 경로 k가 링크 a에 속하면 1, 그렇지 않으면 0인 가변수이다. 또한, R_w는 $w \in W$인 OD쌍 사이의 경로집합이며, $p_a^w(c, s)$는 링크 a의 선택확률이다. 위 바이레벨문제의 풀이과정은 임용택(2004)과 임용택, 임강원(2004)에 자세히 설명되어 있어 여기서는 생략하며, 간단한 예제를 통하여 Cournot-Nash게임과 Stackelberg게임의 차이를 비교해 보면 다음과 같다.

[예제 2] 도로용량 증가문제

〈그림 2〉과 같은 5개의 링크와 3개의 경로로 이루어진 단순한 교통망이다. 기종점은 노드 1과 노드 4이며 통행수요는 10으로 가정한다. 설계변수는 링크용량이며, 다음과 같은 BPR식을

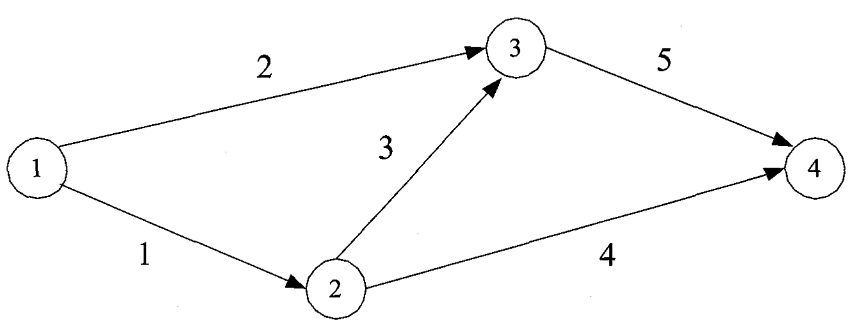
링크 통행비용함수로 사용한다(링크 속성은 〈표 1〉 참조).

$$c_a = c_{a0}\left[1 + 0.15\left(\frac{x_a}{Q_a + s_a}\right)^4\right]$$

따라서, 설계변수를 고려하지 않는 초기상태에서 $s_a = 0$이며 모든 링크를 대상으로 용량증가를 고려한다. 설계변수를 수행하는데 소요되는 건설비용함수는 $u_a(s) = 20(s_a - 0)^2$이다. 또한, 로짓모형의 스케일 파라메타는 $\theta = 0.1$로 가정한다.

(분석결과)

각 비교 모형별로 초기상태와 최종상태의 상위문제 목적함수값 및 건설비용이 〈표 2〉에 나타나 있다. 먼저 결정적 통행배정모형을 하위문제로 둔 경우, Cournot-Nash게임과 Stackelberg게임 모두 설계변수의 영향이 없는 초기상태 69.0에서 68.844로 동일하게 감소하여 이들 모형간에는 차이가 없었다. 그러나, 확정적 통행배정모형인 경우, Cournot-Nash게임은 81.417에서 80.804로 감소한 반면, Stackelberg게임은 81.417에서 78.904로 감소하였다. 이는 Stackelberg게임이 Counot-Nash게임보다 더 낮은 목적함수값으로 수렴하여 더 좋은 해를 도출하고 있음을 알 수 있다. 이때 건설비용에도 차이가 있음을 알 수 있다. 여기서 확정적 통행배정에서 도출된 상위목적함수



〈그림 2〉 예제교통망

〈표 1〉 링크 속성자료

링크번호	초기통행시간(c_{a0})	용량(Q_a)
1	3	5
2	3	5
3	2	3
4	3	5
5	3	5

〈표 2〉 비교모형별 상위목적함수값과 건설비용

하위 문제	접근법	초기		최종	
		상위목적함수 값	건설 비용	상위목적함수 값	건설 비용
결정적 통행 배정모형	Cournot-Nash게임	69.000	0.000	68.844	0.148
	Stackelberg 게임	69.000	0.000	68.844	0.148
확률적 통행 배정모형	Cournot-Nash게임	81.417	0.000	80.804	0.682
	Stackelberg 게임	81.417	0.000	78.904	0.404

값이 결정적 통행배정모형의 값보다 높게 나타나는 이유는 확정적 통행배정의 경우, 인지오차비용을 통행비용에 포함하기 때문이다.

2) 혼잡통행료(congestion pricing) 부과문제

혼잡통행료는 도로 운영자(정부)가 혼잡이 발생하는 교통시설의 이용에 일정한 조치를 취하지 않으면 교통시설은 비효율적으로 이용된다 점에 착안하여 혼잡지역에 통행료를 부과함으로서 사용자 균형(user equilibrium)상태의 도로망을 체계최적(system optimum)으로 유도하려는 목적으로 도입되고 있다. 현재 활용되는 교통시설의 최적 혼잡통행료 산정모형은 주로 한계비용가격이론(marginal cost pricing)에 근거를 두고 있다. 따라서 통행수요변화에 따른 사회적 순편익(social net benefit)을 최대화시키는 것을 상위문제로 설정하며 이에 따른 사용자의 경로선택변화를 하위문제로 설정한다. 여기서는 통행수요변화와 경로변경에 한정해서 분석하며, 출발시간변화, 통행수단 변경 등 기타 통행자의 형태변화는 없는 것으로 가정한다.

(상위문제) 사회적 순편익 최대화문제

$$\text{maximize} \quad F(p,d(p),x(p)) = \sum_{w\in W}\int_0^{d_w} D_w^{-1}(y)dy - \sum_{a\in A}\int_0^{x_a} MC_a(y)dy \tag{15}$$

여기서, W는 네트워크의 모든 O/D쌍 집합이며, d_w는 $w \in W$인 OD쌍 사이의 수요이고 c_w는 $w \in W$인 OD쌍 사이의 통행비용이다. $D_w(c_w)$는 $w \in W$인 OD쌍의 통행비용이 c_w일 때 단조감소하는 통행수요함수이며, $D_w^{-1}(d_w)$는 수요함수의 역함수이고 $MC_a(x_a)$는 $a \in A$인 링크 a의 한계비용이다($=c_a + x_a \dfrac{\partial c_a}{\partial x_a}$). p는 상위문제에서 구하려는 설계변수(즉, 혼잡통행료)이다.

혼잡통행료를 징수하게 되면 통행비용이 바뀌고 그에 따라 수요가 변하기 때문에 가변수요 통행배정모형(elastic demand traffic assignment)을 하위수준 문제로 설정한다. 가변수요 통행배정모형은 Sheffi(1985)가 제안한 식 (16)과 같은 동등 수리최소화문제를 사용한다.

(하위문제) 가변수요 통행배정

$$\text{minimize} \quad f(d,x) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} c_a(y)dy - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w} D_w^{-1}(y)dy \tag{16}$$

$$s.t \quad \sum_{k \in R_w} f_k^w = d_w$$

$$\sum_{w \in W} \sum_{k \in R_w} f_k \delta_{a,k}^w = x_a$$

$$d_w \le \bar{d}_w$$

$$f_k \ge 0$$

여기서, R_w는 $w \in W$인 OD쌍 사이의 경로집합이며, f_k^w는 OD쌍 w의 경로 k의 통행량, 그리고 c_a는 링크 a의 통행비용함수이다. $\delta_{a,k}^w$는 만약 경로 k가 링크 a를 이용하면 1, 그렇지 않으면 0인 가변수이며, $\overline{d_w}$는 기종점간 총통행량으로 상한값을 나타낸다. 위 혼잡통행료문제의 풀이과정은 김병관 외(2004)에 자세히 기술되어 있으며, 간단한 예제를 통하여 Stackelberg게임으로 푼 결과를 살펴보자.

〔예제 3〕 혼잡통행료부과 문제

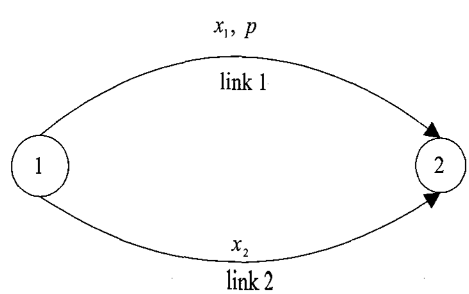
예제 교통망은 〈그림 3〉과 같이 2개의 링크로 구성된 간단한 형태로 기종점 1 → 2간에 하나의 O-D만 존재한다. 통행수요함수와 각 링크별 통행비용함수는 다음과 같다.

$$D^{-1}(d) = 10 - d$$

$$c_1 = 2 + x_1 + p, \quad c_2 = 1 + 2x_2$$

(분석결과)

〈표 3〉은 혼잡통행료를 링크 1에만 적용한 경우와 링크 1, 2 모두 적용한 결과에 대해 각각



〈그림 3〉 예제 교통망

〈표 3〉 혼잡통행료 결과 (편익단위: 시간)

변수	혼잡통행료를 부과하지 않음	링크 1만 혼잡통행료 부과	모든 링크에 부과
혼잡통행료 p	$p = 0$		$p_1 = 2.214$ $p_2 = 2.714$
x_1	3	2.423	2.214
x_2	2	2.192	1.357
d	5	4.615	3.571
총편익	37.50	35.50	29.33
총비용	25.00	22.52	14.37
순편익 F (총편익-총비용)	12.50	12.98	14.96

계산된 값들을 정리한 내용이다. 표에서 보듯이 혼잡통행료를 부과하면 사회적 순편익(F)이 증가함을 알 수 있으며, 링크 1에만 혼잡통행료를 부과하는 경우보다 모든 링크에 통행료를 부과한 경우 좀 더 큰 순편익 증가를 보이고 있다.

2. 협력적 사용자 균형

게임이론을 교통망에 적용한 또다른 문제를 살펴보자.

최근 실시간 교통정보제공이 가능해지고, 사용자간의 커뮤니케이션이 활발해짐에 따라, 사용자간에 협력이 가능해질 것으로 보인다. 만약 이런 상황이 현실화된다면, 사용자간의 비협력을 전제로 하는 Wardrop의 경로선택원리는 수정이 필요하며, 사용자간의 협력을 균형원리에 포함시킬 필요가 있다. 즉, 사용자간의 협력하에서 경로를 선택하는 원리를 새롭게 정의하게 된다. 이는 자연스러운 통행행태라기 보다는 자신의 통행시간을 최소화시키기 위하여 상대방과 협력하는 전략적인 통행행태라고도 볼 수 있다. 이런 측면에서 새롭게 정의되는 사용자 균형원리를 협력적 사용자균형(Cooperative User Equilibrium, CUE) 또는 전략적 사용자균형(Strategic User Equilibrium)라 표현한다.

〔Cooperative User Equilibrium, CUE)〕

At cooperative user equilibrium, all used paths have the same cooperative travel time and the cooperative travel time is the minimum cooperative travel time for each OD pair.

본 연구에서 새롭게 제시한 협력적 사용자균형(CUE)원리를 예제를 통하여 기존 Wardrop의 사용자균형(Wardrop's user equilibrium, WUE)원리와 비교해 보자.

〔예제 4〕 Wardrop의 사용자균형(WUE)과 협력적 사용자균형(CUE)

교통망에 2명의 운전자가 존재하며, 운전자 1은 교통정보를 제공받고 운전자 2는 그렇지 않은 경우를 고려해보자. 각 운전자들은 다음 식과 같이 주어진 자신의 목적함수 P_1, P_2를 최소화시키는 것으로 가정한다.

(운전자 1) $P_1(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + 2x_2^2 + x_1$ ①

(운전자 2) $P_2(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ ②

여기서 목적함수 P_1, P_2는 Fisk(1984)가 제안한 식으로, 각각 지역 최소값이 존재한다.

먼저, 기존 Wardrop의 사용자균형(WUE)원리로 위 문제를 풀어보자. 이경우 운전자 1과 2는 서로 상대방을 고려하지 않고 자신만의 목적함수를 최소화시키는 방향으로 의사결정을 하는 비협력상황이 된다. 따라서,

$$\frac{\partial P_1}{\partial x_1} = 2x_1 - x_2 + 1 = 0 \quad ③$$

$$\frac{\partial P_1}{\partial x_2} = -x_1 + 2x_2 = 0 \quad ④$$

식 ③과 식 ④를 연립해서 풀면 다음과 같다.

$$x_1 = -\frac{2}{3} \quad x_2 = -\frac{1}{3} \text{ 이고}$$

$$P_1 = -0.222 \quad P_2 = 0.777 \quad ⑤$$

다음으로 본 연구에서 제시한 협력적인 사용자균형(CUE)원리로 위 문제를 풀어 보자. 운전자 1은 제공받는 교통정보를 통하여 자신의 결정에 대하여 운전자 2가 어떻게 반응하는지를 알 수 있기 때문에 이를 고려하여 결정을 내리게 된다. 반면, 운전자 2는 자신만의 목적을 최소화시키려는 결정을 하게 된다. 따라서 이 경우, 운전자 2의 움직임이 운전자 1의 목적함수내에 포함되어야 하므로, 위 식 ④로부터 도출된 $x_2 = \frac{1}{2}x_1$을 식 ①에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$P_1(x_1, x_2(x_1)) = x_1^2 + x_1$$

따라서,

$\frac{\partial P_1}{\partial x_1} = 2x_1 + 1 = 0$이므로, 최종적으로 다음과 같은 해를 얻는다.

$$x_1 = -\frac{1}{2} \quad x_2 = -\frac{1}{4}$$
$$P_1 = -0.250 \quad P_2 = -0.437 \qquad ⑥$$

여기서, Wardrop의 사용자균형원리로 구한 해(식 ⑤)와 협력적 사용자균형원리로 구한 해(식 ⑥) 사이에는 분명한 차이가 있음을 알 수 있다. 즉, 협력적 사용자균형원리로 푼 해가 더 낮은 목적함수 값을 갖고 있어 더 좋은 해를 도출한다는 사실을 보여준다. 이는 교통정보의 효과로 간주될 수 있으며 교통정보를 통한 상호 협력적인 상황하에서는 Wardrop의 비협력적 경로선택원리 보다 본 연구에서 제안한 협력적인 사용자 균형이 더 효과적임을 시사하고 있다

Ⅴ. 결 론

본 연구에서는 게임이론과 교통망모형과의 관계를 살펴보고 게임이론을 교통망에 적용한 몇가지 예를 살펴보았다. 예제의 결과에서 보듯이 협력적 게임인 Stackelberg게임 접근법이 Cournot-Nash게임 접근법 보다 더 우수함을 확인할 수 있었다. 이런 결과는 Fisk(1984)의 결과와 일치하는 것으로 상위문제가 하위문제의 반응을 모형내에 고려하여 풀기 때문이다. 즉, 서로 협력적인 게임상황하에서 문제를 푼 결과이다. 따라서, 제4절에서 언급한 여러 교통정책들에 대한 좀 더 나은 해를 얻기 위해서는 기존 비협력 게임 형태의 풀이 알고리듬 보다는 협력적인 게임 형태의 풀이 알고리듬을 적용해야 할 것으로 보인다. 또한, 지능형교통체계(Inetlligent Transport Systems)가 구현됨에 따라 운전자들간의 경로선택행위가 비협력상황이 아닌 협력적인 상황으로 전개될 것으로 예상하고 이에 맞는 새로운 경로선택 원리를 제시하였다. 제시된 협력적 사용자균형은 운전자들간의 협력관계하에서 이루어진 균형상태로 기존 Wardrop의 사용자 균형원리와는 다른 균형상태로 정의될 수 있다.

본 연구와 같이 협력적 게임을 가정한 교통망문제는 이제 새롭게 시작하는 연구분야로 이론의 정립, 모형의 구성(model formulation)과 알고리듬(algorithm) 개발 등 많은 연구과제가 남아있는데, 이에 대해서는 향후 연구를 통하여 살펴보고자 한다.

참고문헌

김병관, 임용택, 임강원(2004) 민감도분석을 이용한 도로혼잡통행료 산정모형 개발, 대한교통학회지, 제22권 제5호, 139-149.

임용택(2004) 민감도분석을 이용한 연속형 교통망설계모형의 개발, 대한교통학회지, 제22권 제2호, 65-76.

임용택, 임강원(2004) Bi-level program에서 Cournot-Nash게임과 Stackelberg게임의 비교연구, 대한교통학회지, 제22권 제7호, 99-106.

임용택(2004) 첨단교통정보체계(ATIS)하에서 협력적 사용자균형, 2004 한국ITS학회 발표논문집.

Altman, E., L.Wynter(2002) Equilibrium, games, and pricing in transportation and telecommunications networks, Working paper.

Cao, D., L.C. Leung(2002) A partial cooperative model for non-unique linear two-level decision problems, European Journal of Operational Research 140, 134-141.

Fisk, C.S.(1984) Game theory and transportation systems modelling, Transportation Research Vol. 18B, 301-313

Sheffi, Y.(1985) Urban Transportation Networks, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Smith, M.J.(1979) The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria, Transportation Research 13B, 295-304.

Yang H., M.G.H. Bell(1998) Models and algorithms for road network design: a review and some new developments, Transport Review 18, 257-278.

Wardrop J.G.(1952) Some theoretical aspects of road traffic research, Proc. Inst. Civil Engineer, Part II, 325-378.